МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО В ЗАДАЧАХ ЛОГИКО-ВЕРОЯТНОСТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ И БЕЗОПАСНОСТИ СТРУКТУРНО-СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

А.В. Струков, И.А. Можаева (Санкт-Петербург)

Введение

В практике моделирования надежности и безопасности структурно-сложных систем для решения проблемы «проклятия размерности» обычно применяют два подхода. Первый связан с использованием методов аппроксимации. Наиболее распространенными алгоритмами приближенных расчетов являются алгоритм Esary-Proshan (в отечественной литературе – метод минимальных путей и сечений) и алгоритм «ранних отказов». Оба эти алгоритма предполагают нахождение полного или ограниченного набора минимальных сечений отказов (МСО). В первом случае МСО используются как исходные данные для построения последовательно-параллельной структуры, для которой алгоритм нахождения показателей надежности достаточно прост в реализации. Во втором случае («ранних» отказов) вероятность системного события (отказа) находится простым сложением вероятностей реализации полного или сокращенного набора МСО.

Второй подход связан с использованием метода Монте-Карло (МК), при помощи которого формируются случайные выборки, характеризующие показатели надежности элементов структуры, и находятся биноминальные значения системных показателей. При этом также требуется знание структурной функции исследуемой системы, либо в виде минимальных путей, либо МСО.

Традиционное логико-вероятностное моделирование (ЛВМ) предполагает построение логической модели исследуемой системы, ее преобразование к виду, позволяющему сформировать вероятностную модель на основе применения основных теорем теории вероятностей [1].

В случае автоматизированного структурно-логического моделирования общий логико-вероятностный метод (ОЛВМ), реализованный в ПК АРБИТР, предполагает, что построение логической модели происходит поэтапно. Сначала с помощью графического аппарата схем функциональной целостности (СФЦ) формируется система логических уравнений (СЛУ), затем она решается относительно заданного системного критерия. Решением СЛУ является логическая функция в виде минимизированной дизъюнктивной нормальной формы, которая должна быть преобразована в форму полного замещения, пригодную для формирования многочлена вероятностной функции (ВФ) [1].

Итерационный логико-статистический метод (ИЛСМ) реализует событийно-логический подход в сочетании с VR [1,2] и позволяет получить интервальные оценки надежности системы, минуя этап решения СЛУ, преобразования ЛФ и формирования вероятностного многочлена ВФ. В настоящее время ИСЛМ реализован в программном комплексе ПК АРБИТР[1] [3] в режиме логико-статистического расчета для решения задач анализа надежности и безопасности невосстанавливаемых систем.

Общие сведения об итерационном логико-статистическом методе

В основе ИСЛМ лежит специальная формальная процедура численного решения СЛУ, построение которой осуществляется с использованием оригинального графического аппарата схем функциональной целостности (СФЦ), реализованного в ПК АРБИТР. СЛУ,

[1] Аттестован для применения на объектах Ростехнадзора РФ (АП №424 от 15.06.2017); зарегистрирован в реестре российского программного обеспечения Минкомсвязи (№2970); - включен в перечень инжинирингового ПО, приобретение которого субсидируется государством -http://www.szma.com/pkasm.shtml.

однозначно и полностью описывающая состояния исследуемой системы, имеет в общем случае следующий вид [4]:

$$\begin{cases} y_1 = x_1 \cdot \varphi_1(y_2, y_3, ..., y_N) \\ .... \\ y_i = x_i \cdot \varphi_i(y_1, y_2, ..., y_{i-1}, y_{i+1}, ..., y_N) \\ .... \\ y_N = x_N \cdot \varphi_1(y_1, y_2, ..., y_{N-1}) \end{cases} \quad (1)$$

где N – общее число вершин (функциональных и фиктивных) СФЦ.

В (1) каждое уравнение описывает логические условия реализации i-го события y_i (i=1,…,N). Эти условия зависят как от условий реализации собственного состояния i-го события x_i, так и от условия реализации «обеспечивающих» событий $\varphi_i(y_1, y_2, ..., y_{i-1}, y_{i+1}, ..., y_N)$.

Процедура имитационного моделирования состоит в том, что на каждом шаге статистических испытаний с помощью набора генераторов случайных чисел формируется вектор конкретных состояний собственных событий, например, X(1,1,0,…,1,0,1), и при нулевом начальном приближении для вектора функциональных событий Y=(0,0,…,0) осуществляется последовательное итерационное решение СЛУ (1) для заданного критерия, например Yc.

В качестве модели собственного случайного события x_i используется неравенство Random< pi, где Random – случайное число, равномерно распределенное на интервале [0,1], pi – заданная вероятность i–го события, например, вероятность безотказной работы.

Для каждого случайного события (элемента схемы) используется свой генератор псевдослучайных чисел. В программе используется Вихрь Мерсенна, работа которого основана на свойствах простых чисел Мерсенна. Он обеспечивает быструю генерацию высококачественных по критерию случайности псевдослучайных чисел. Вихрь Мерсенна лишён многих недостатков, присущих другим ГПСЧ, таких как малый период, предсказуемость, легко выявляемые статистические закономерности.

После проведения достаточно продолжительной серии статистических испытаний объема N искомая оценка вероятности оценивается как отношение числа благоприятных исходов K относительно заданного критерия к общему числу испытаний Pc = K/N. После проведения заданного числа серий определяется 95% доверительный интервал оцениваемого параметра.

Функциональные возможности ИСЛМ

Несомненным преимуществом ИСЛМ по сравнению с традиционными ЛВМ, кроме возможности относительно быстро производить моделирование для большеразмерных структур любой сложности, является возможность получения решений одновременно для нескольких заданных критериев функционирования исследуемой системы.

Используя это положительное свойство ИСЛМ, возможно в ходе статистических испытаний осуществлять оценку показателей значимости элементов.

Значимость i-го элемента ξ_i определяется как частная производная от системного показателя или, например, как разница вероятности безотказной работы системы при работоспособном состоянии i–го элемента (состояние x_i=1) и при его отказе (состояние x_i=0), то есть,

$$\xi_i = \frac{\partial R_s}{\partial R_i} = \text{P}\{R_1,\ldots,R_i=1,\ldots,R_n\} - \text{P}\{R_1,\ldots,R_i=0,\ldots,R_n\}, \qquad (2)$$

где – *Rs* – вероятность безотказной работы системы;

Ri – вероятность безотказной работы i-го элемента;

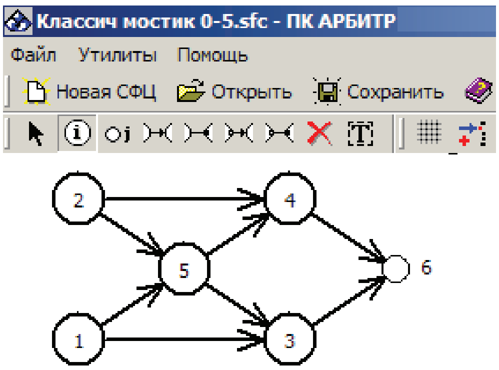
P{} – структурная функция системы.

Этот алгоритм легко реализуется заменой в векторе конкретных состояний собственных событий X(1,1,0,…,1,0,1) *i*-го элемента на 0 и 1 независимо от случайного числа, полученного в результате решения неравенства Random < p_i. Далее значимость *i*-го элемента оценивается с использованием формулы (2).

В ПК АРБИТР процедура решения СЛУ (1) для случая, когда логические переменные принимают значения 1 и 0, используется в режиме учета детерминированного состояния. В этом случае, если для некоторого элемента задан режим детерминированного состояния, то соответствующая логическая переменная x_i *в* (1) приравняется логическому нулю, остальные – логической единице. Решение СЛУ показывает влияние отказа отдельных элементов структуры на системный показатель. Этот алгоритм может быть использован в дальнейшем для формирования набора МСО заданной мощности (по числу элементов сечения).

Пример расчета показателей надежности мостиковой структуры
Фрагмент алгоритма

Структурная схема мостиковой схемы в виде СФЦ и ее СЛУ на экране ПК АРБИТР представлена на рис.2.



y1=x1
y2=x2
y3=x3·(y1∨y2)
y4=x4·(y2∨y5)
y5=x5·(y2∨y1)
y6=y4∨y5

Рис. 1. СФЦ и СЛУ мостиковой структуры

Пусть на некотором j-м шаге эксперимента получен вектор состояний собственных событий $\mathbf{X}_j(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5) = \mathbf{X}_j(0,0,1,1,1)$. Тогда решение СЛУ (рис.1) относительно вершины **y6** следующее:

<u>Итерация 1</u>: y1=x1=0; y2=x2=0; y3=x3•(y1vy2)=1•(0v0)=0;

y4=x4•(y2vy5)=1•(0vy5)=y5; y5=x5•(y1vy2)= 1•(0v0)=0; y6=y4 v y5=y4v0.

<u>Итерация 2</u>: y4=y5=0; **y6**=y4v0=0v0=0. (Отказ системы).

Пусть теперь на *j+1*-м шаге эксперимента получен вектор состояний собственных событий $\mathbf{X}_{j+1}(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5) = \mathbf{X}_{j+1}(0,1,1,0,1)$. Тогда решение СЛУ (рис.1) относительно вершины y6 следующее:

Итерация 1: y1=x1=0; y2=x2=1; y3=x3•(y1vy2)=1•(0v1)=1; y4=x4•(y2vy5)=0•(0vy5)=0; y5=x5•(y1vy2)= 1•(0v1)=1; **y6**=y4v y5=0v1=1.

Вывод: Система работоспособна. Решение СЛУ закончено.

Числовой пример

Зададим для элементов мостиковой схемы (рис.1) следующие статические вероятности безотказной работы: $R_1=R_2=0.9$, $R_3=R_4=0.95$, $R_5=0.99$.

В качестве физической интерпретации примера можно рассматривать мостиковую схему как приемо-передающий пункт. Нас будут интересовать вероятности наличия сигнала на выходе любого из передатчиков, либо на выходе одного из них.

На рис.2 представлен фрагмент экранного интерфейса ПК АРБИТР расчета показателей надежности мостиковой схемы в логико-статистическом режиме.

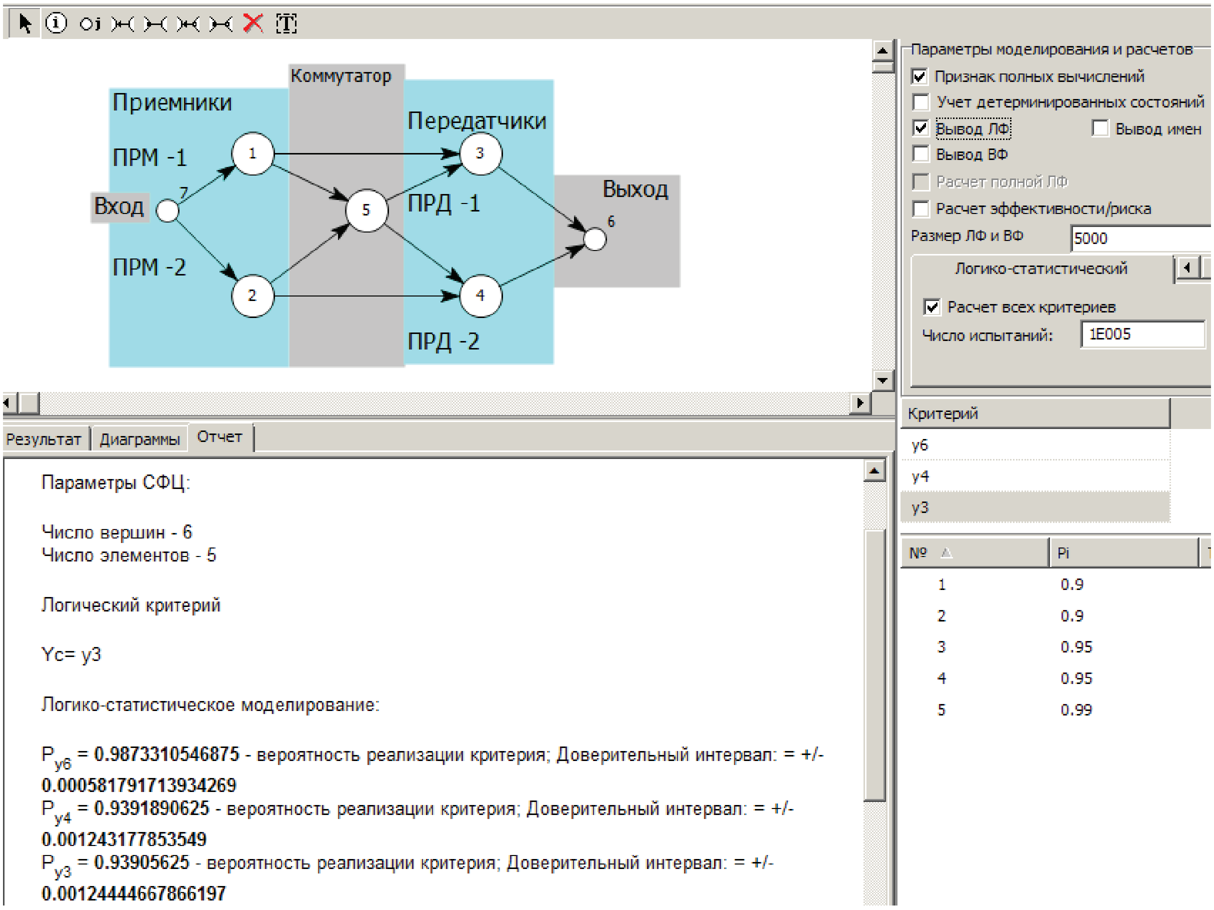


Рис. 2. Фрагмент экранного интерфейса ПК АРБИТР

На рис.2 показаны окно ввода СФЦ, окно параметров моделирования и расчетов, в котором активирован режим «Логико-статистический». На вкладке «Логико-статистический» выбрана опция «Расчет всех критериев» и число испытаний (серий) 1E+5. В каждом испытании (серии) реализуется 10 000 циклов генерирования псевдослучайных чисел с заданными параметрами. Следует заметить, что для каждого элемента схемы задействован свой генератор псевдослучайных чисел.

В данном примере расчеты проводились сразу по трем критериям – y6 (наличие сигнала на одном из передатчиков) , y3 (наличие сигнала только на выходе передатчика 1) и y4 (наличие сигнала только на выходе передатчика 2). Все критерии отображаются в окне «Критерии».

Исходные данные о вероятностях безотказной работы элементов схемы приведены в правом нижнем окне интерфейса.

В левой нижней части интерфейса на рис.2 показан фрагмент отчета с результатами расчетов, которые также представлены в таблице.

Результаты расчета показателей надежности мостиковой схемы

Критерий	Точное значение ВБР	Нижняя граница	Среднее	Верхняя Граница
у6	0.98744	0.98675	0.98733	0.98791
у4	0.93965	0.93795	0.93919	0.94043
у3	0.93965	0.93781	0.93906	0.94030

Анализ данных таблицы показывает, что полученные доверительные интервалы (95%) включают в себя точные значения вероятности безотказной работы (ВБР).

Вывод

Использование метода МК при логико-вероятностном моделировании показателей надежности и безопасности сложно-структурных систем ИЛСМ позволяет полностью исключить этап аналитического построения логической функции и преобразования ее в форму полного замещения, что позволит решать задачи логико-вероятностного системного анализа структурно-сложных систем большой размерности. Это является перспективным направлением дальнейшего развития теории и технологии автоматизированного структурно-логического моделирования.

Литература

1. **Поленин В.И., Рябинин И.А., Свирин С.К., Гладкова И.А.** Применение общего логико-вероятностного метода для анализа технических, военных организационно-функциональных систем и вооруженного противоборства / Под научным редактированием Можаева А.С. СПб.: NIKA, 2011.
2. **Можаев А.С., Алексеев А.О.** Автоматизированное структурно-логическое моделирование и вероятностный анализ сложных систем. В сб. 1: «Теория и информационная технология моделирования безопасности сложных систем». Вып.2. Под редакцией И.А.Рябинина. Препринт 104. СПб.: ИПМАШ РАМ, 1994, С.17–42.
3. **Можаев А.С.** Аннотация программного средства «АРБИТР» (ПК АСМ СЗМА) // Вопросы атомной науки и техники. Серия «Физика ядерных реакторов». Раздел «Аннотации программных средств, аттестованных Ростехнадзором РФ»: науч.-техн. сб.– М. : РНЦ «Курчатовский институт», 2008. Вып. 2/2008. С.105–116.
4. **К.А. Ветлугин, А.В. Струков.** Алгоритмы автоматизированного структурно-логического моделирования надежности и безопасности информационных и телекоммуникационных систем. Учебное пособие / СПб. ПГУПС. 2016.