ПУТЕВОДИТЕЛЬ ПО
ЛОГИКО-ВЕРОЯТНОСТНОМУ ИСЧИСЛЕНИЮ

И.А. Рябинин

Аннотация. Само сочетание слов «логико» и «вероятностное», с одной стороны, прямо указывает на связь математической логики с теорией вероятностей, с другой стороны, ни в одном из крупных трактатах по теории вероятностей нет никакого упоминания о существовании какой-либо связи этой научной дисциплины с алгеброй логики.

В логико-вероятностном исчислении (ЛВИ) интересуются лишь истинностным значением высказываний (истинностью или ложью). Фундаментальным правилом в ЛВИ является правило ортогонализации функций алгебры логики (ФАЛ). Оценка значимости конкретных высказываний осуществляется с помощью правила разноименности и булевой разностью. Теоремы (12) и (13) существенно облегчают логические преобразования ФАЛ.

На четырех примерах продемонстрирована технология ЛВИ.

Введение

В Энциклопедическом Фонде России термин «Логико-вероятностное исчисление» приведен без ознакомления с его сущностью:

«**Логико-вероятностное исчисление** (ЛВИ) - специальный раздел дискретной математики, в котором установлены четкие правила замещения логических аргументов (xi) в функциях алгебры логики (ФАЛ) - $y(x_1,..., x_n)$ вероятностями их истинности $P\{x_i = 1\}$ и логических операций: конъюнкции ($\wedge$), дизъюнкции ($\vee$), отрицания ($\neg$) арифметическими операциями: умножения ($\cdot$), сложения (+), вычитания (-)»

(http://www.russika.ru/t.php?t=1969).

Там же отмечено, что «…Прямое замещение истинностных значений высказываний в *функциях работоспособности* (в теории надежности) или в *функциях опасности* (в теории безопасности) до разработки логико-вероятностного исчисления было возможно только для систем, имеющих простую структуру: последовательную, параллельную или древовидную.

Для систем, имеющих сложную структуру (мостиковую, сетевую и др.), прямое замещение истинностных значений высказываний x_i на их вероятности $P\{x_i = 1\}$ требует специальных преобразований ФАЛ…».

Раскрытию теоретической сущности таких специальных преобразований ФАЛ посвящен первый раздел статьи. Во втором разделе статьи приведены примеры использования логико-вероятностного исчисления для оценки показателей безопасности сложно-структурных систем.

1. Теоретические предпосылки ЛВИ

1. Основой ЛВИ является БУЛЕВА АЛГЕБРА – раздел математической логики, изучающий логические операции над высказываниями. Логические операции позволяют из нескольких высказываний образовывать новые высказывания.

Преобразования логических выражений выполняются по определенным правилам, 28 из которых приведены на стр.29-32 в книге [1].

2. В ЛВИ *интересуются лишь истинностным значе*нием (истинностью или ложью) *высказываний*, исследуется вопрос об истинности значений сложного высказывания в зависимости от истинности значений составляющих его простых высказываний.

Истинностные значения принято обозначать числами

$$\textit{1 (истина) и 0 (ложь)}. \tag{1}$$

3. Фундаментальным правилом в ЛВИ является правило ортогонализации функций алгебры логики

$$A \vee B = A \vee \overline{A}B = \begin{vmatrix} A \\ \overline{A}B \end{vmatrix}. \tag{2}$$

В матричной форме для дизъюнкции $A \vee B \vee C \vee D$ ортогональной будет запись

$$\begin{vmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A \\ \bar{A}B \\ \bar{A}\bar{B}C \\ \bar{A}\bar{B}\bar{C}D \end{vmatrix},$$

где конъюнкции записываются без знаков $\wedge$, & , $\cdot$, а дизъюнкции – параллельными строками без знаков $\vee$.

4. Важным правилом в ЛВИ для оценки значимости конкретных высказываний является *правило разноименности*

$$A \oplus B = A\bar{B} \vee \bar{A}B = \begin{vmatrix} A\bar{B} \\ \bar{A}B \end{vmatrix}, \tag{3}$$

где $\oplus$ - знак сложения по модулю 2.

5. *Булевой разностью функции* $f(x_1,..., x_n)$ по аргументу x_i называется результат *логического сложения по модулю 2* исходной функции и функции, полученной из исходной путем замены аргумента x_i на его отрицание

$$\Delta_{x_i} f(x_1,...., x_n) = f(x_1,...., x_i,..., x_n) \oplus f(x_1,...., \bar{x}_i,..., x_n), \tag{4}$$

а в соответствии с правой частью формулы (3), т.е. в базисе «конъюнкция, дизъюнкция, отрицание» она будет равна

$$\Delta_{x_i} f(x_1,...., x_n) = \begin{vmatrix} f_1^{(i)}(x_1,...., x_i,..., x_n) \; f_o^{(i)}\overline{(x_1,...., x_i,..., x_n)} \\ f_1^{(i)}\overline{(x_1,...., x_i,..., x_n)} \; f_0^{(i)}(x_1,...., x_i,..., x_n) \end{vmatrix}. \tag{5}$$

6. *Булева алгебра* – это алгебраическая система, которая в зависимости от обстоятельств может быть *интерпретирована либо как система высказываний, либо как система событий.*

Аксиомы булевой алгебры выражают то общее, что роднит «высказывания» и «события».

Взаимные переходы от языка высказываний к языку событий и обратно совершаются таким образом, что каждому высказыванию сопоставляется событие о его наступлении, а событию сопоставляется высказывание, состоящее в том, что оно оказалось истинным.

7. Анализ взаимоотношений между логикой и вероятностью в междисциплинарном плане регулярно рассматривается на специальных семинарах в Великобритании. Первооткрыватель логико-вероятностного анализа – Платон Сергеевич Порецкий в 1886 году высказал свое мнение о попытке Дж. Буля решить общую задачу теории вероятностей методами математической логики [2]. На вопрос: «возможно ли приложение учения о качественных символах (логических классах) к учению о символах количественных (вероятностных)?» он отвечает: «Возможно».

Для этого нужно сделать *переход от логического равенства между событиями к алгебраическому равенству между их вероятностями.*

Этот переход осуществляется путем ортогонализации логического многочлена

$$A \vee B \vee C \vee D \vee ... \tag{6}$$

к виду

$$A \vee \bar{A}B \vee \bar{A}\bar{B}C \vee \bar{A}\bar{B}\bar{C}D \vee .... \tag{7}$$

Оба многочлена логически равнозначны, но отличаются тем, что к первому из них не применима теорема о вероятности суммы несовместных событий, тогда как ко второму применима

$$P(A) + P(\bar{A}B) + P(\bar{A}\bar{B}C) + P(\bar{A}\bar{B}\bar{C}D) + ... \tag{8}$$

8. Вероятность истинности функции алгебры логики

$$P\{y(x_1,..., x_n) = 1\} \tag{9}$$

является функцией (исходных) вероятностей

$$P\{x_i = 1\}, \; P\{x_i = 0\}, \tag{10}$$

т.е. вероятностной функцией (ВФ).

Прямое замещение истинностных значений высказываний x_i их вероятностями $P\{x_i = 1\}$ возможно только для простых структур (последовательных, параллельных, древовидных).

9. Функция алгебры логики $f(x_1,..., x_n)$ называется *монотонной*, если для любых наборов $\alpha = (\alpha_1,..., \alpha_n)$ и $\beta = (\beta_1,..., \beta_n)$, таких, что $\alpha \prec \beta$, имеет место неравенство

$$f(\alpha_1,...,\alpha_n) \prec f(\beta_1,...,\beta_n). \qquad (11)$$

Функции, которые являются константами или допускают представление в дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ), не содержащие отрицательных аргументов, будут монотонными.

Немонотонными же логическими функциями называются функции, для которых существует хотя бы одна пара наборов $\alpha = (\alpha_1,..., \alpha_n)$ и $\beta = (\beta_1,..., \beta_n)$ таких, что $\alpha \prec \beta$, для которых равенство (11) не выполняется.

10. В работе [3] была доказана теорема (12).

Монотонная логическая функция $y(x_1,..., x_n)$ является импликантой ее единичной функции $y_1^{(i)}(X_n) = y(x_1,...,1,..., x_n)$, а нулевая функция $y_0^{(i)}(X_n) = y(x_1,...,0,..., x_n)$ есть импликантна исходной функции $y(X_n)$, то есть, обозначив через $[y(X_n)]$ множество наборов X_n, на которых $y(x) = 1$, получаем включение

$$[y_0^{(i)}(X_n)] \subseteq [y(X_n)] \subseteq [y_1^{(i)}(X_n)]. \qquad (12)$$

11. В работе [4] А.В.Горопашная доказала теорему (13).

Немонотонная логическая функция $y(X_n)$ является имликантой ее нулевой функции $y_0^{(i)}(X_n) = y(x_1,...,0,..., x_n)$, а единичная функция $y_1^{(i)}(X_n) = y(x_1,...,1,..., x_n)$ есть импликанта исходной функции $y(X_n)$, т.е., обозначив через $[y(X_n)]$ множество наборов X_n, на которых $y(x) = 1$, получаем включение

$$[y_1^{(i)}(X_n)] \subseteq [y(X_n)] \subseteq [y_0^{(i)}(X_n)]. \qquad (13)$$

12. Из теоремы (12) следует пять следствий, знание которых существенно облегчает логические преобразования для монотонных ФАЛ.

$$\begin{aligned}
&1)\ \{(x_1,..., x_n): f_0^{(i)} = 1\} \subset \{(x_1,..., x_n): f_{(i)} = 1\} \subset \{(x_1,..., x_n): f_1^{(i)} = 1\};\\
&2)\ f_1^{(i)}(x_1,..., x_n) \vee f_0^{(i)}(x_1,..., x_n) \equiv f_1^{(i)}(x_1,..., x_n);\\
&3)\ f_1^{(i)}(x_1,..., x_n) \wedge f_0^{(i)}(x_1,..., x_n) \equiv f_0^{(i)}(x_1,..., x_n);\\
&4)\ f_1^{(i)}(x_1,..., x_n) \wedge f_0^{(i)}\overline{(x_1,..., x_n)} \equiv \Delta_{x_i} f(x_1,..., x_n);\\
&5)\ f_1^{(i)}\overline{(x_1,..., x_n)} \wedge f_0^{(i)}(x_1,..., x_n) \equiv 0.
\end{aligned} \qquad (14)$$

13. Если вероятностная функция $q(x_1,..., x_n)$ представляет собой многопараметрический полином первой степени, то частная производная функции $q(x_1,..., x_n)$ по аргументу x_i будет

$$\frac{\partial q(x_1,..., x_n)}{\partial x_i} = \frac{\partial(a_1 x_1 + \cdots + a_i x_i + \cdots + a_n x_n)}{\partial x_i} = a_i. \qquad (15)$$

14. Для монотонных ФАЛ вероятность истинности аргумента булевой разности функции $f(x_1,...., x_n)$ по аргументу x_i $P\{\Delta_{x_i} f(x_1,...., x_n) = 1\}$ численно равна частной производной $\dfrac{\partial P\{f(x_1,..., x_n) = 1\}}{\partial P\{x_i = 1\}}$, что соответствует формуле (16):

$$P\{\Delta_{x_i} f(x_1,..., x_n) = 1\} = \frac{\partial P\{f(x_1,..., x_n) = 1\}}{\partial P\{x_i = 1\}}. \qquad (16)$$

15. Необходимость дальнейшего развития и обобщения опыта по анализу разновременного влияния на систему изменений состояний двух аргументов x_i и x_j привело авторов [5] к разработке нового понятия, а именно двукратной булевой разности.

Двукратная булева разность функции $y(X_m)$ по аргументам x_i и x_j есть результат последовательного двукратного сложения по модулю два исходной функции и функции, полученной из исходной путем замещения аргументов x_i и x_j на их отрицания:

$$\Delta\Delta_{x_i x_j} y(X_m) = \Delta_{x_i}[\Delta_{x_i} y(X_m)] = \Delta_{x_i}[y(X_m) \oplus y_{\bar{x}_j}(X_m)] = \\ = [y(X_m) \oplus y_{\bar{x}_j}(X_m)] \oplus [y(X_m) \oplus y_{\bar{x}_j}(X_m)]_{\bar{x}_i}, \qquad (17)$$

где $[y(X_m) \oplus y_{\bar{x}_j}(X_m)]_{\bar{x}_i} = [\Delta_{x_j} y(X_m)]_{\bar{x}_i}$ – булева разность функции $y(X_m)$ по аргументу x_j, в которой x_i заменен на его отрицание $\bar{x}_i$.

В работе [5] было доказано, что

$$\Delta\Delta_{x_i x_j} y(X_m) = y_{11}^{(i,j)} \oplus y_{10}^{(i,j)} \oplus y_{01}^{(i,j)} \oplus y_{00}^{(i,j)}, \qquad (18)$$

где $y_{10}^{(i,j)}$ – функция, полученная из исходной заменой аргумента x_i на единицу, а x_j – на ноль;

$y_{01}^{(i,j)}$ – функция, полученная из исходной заменой аргумента x_i на ноль, а x_j – на единицу;

$y_{11}^{(i,j)}$ – двойная булева разность

$$\Delta_{x_i x_j} y(X_m) = y(x_1,..., x_i,..., x_m) \oplus y(x_1,..., \bar{x}_i,..., \bar{x}_j,..., x_m). \qquad (19)$$

Основные результаты по двукратным булевым разностям опубликованы в работе [6].

16. Для сложных структур (мостиковых, сетевых и др.) прямое замещение требует специальных преобразований ФАЛ, т.е. алгоритмов, которые и были разработаны российскими учеными для исследования проблем надежности, живучести, безопасности (НЖБ) [7].

17. Объединение в ЛВИ полной определенности (при формировании задачи) с неопределенностью состояния (каждого элемента системы), это не отрицающие друг друга начала, а удачно дополняющие компоненты, обеспечивающие прозрачность и точность расчетов [7].

Можно только восхищаться прозорливостью Дж.Буля и П.С.Порецкого, которые в 19 веке обнаружили и доказали связь математической логики с теорией вероятностей. В работе [8] мы увидели начало ЛВИ через интерес Дж.Буля и П.С.Порецкого к количественной оценке качественной информации.

Вызывает законное удивление, что за последние 1.5 века ни один крупный математик так и не высказался по вопросу связи математической логики и теории вероятностей, что давало повод различным критикам говорить, что ни в одном из крупных трактатах по теории вероятностей *нет никакого упоминания о существовании какой-либо связи* этой научной дисциплины с алгеброй логики [8,10].

2. Примеры использования логико-вероятностного исчисления

Пример 1.

Чтобы практически осознать нестандартность вычисления вероятностей сложных ФАЛ и понять сущность логико-вероятностного исчисления, в статье «О связи математической логики с теорией вероятностей» [9] приведены четыре примера.

В этих примерах конъюнкции записываются без знаков $\wedge$, &, $\cdot$; дизъюнкции – набором параллельных строк без знаков $\vee$; отрицания – чертой над x_i. Такая матричная форма записи не только экономит бумагу, но и лучше раскрывает суть ортогонализации.

Рассмотрим пример анализа опасности затопления подводной лодки, которое может произойти при заполнении водой одного из ее отсеков [1, с.93].

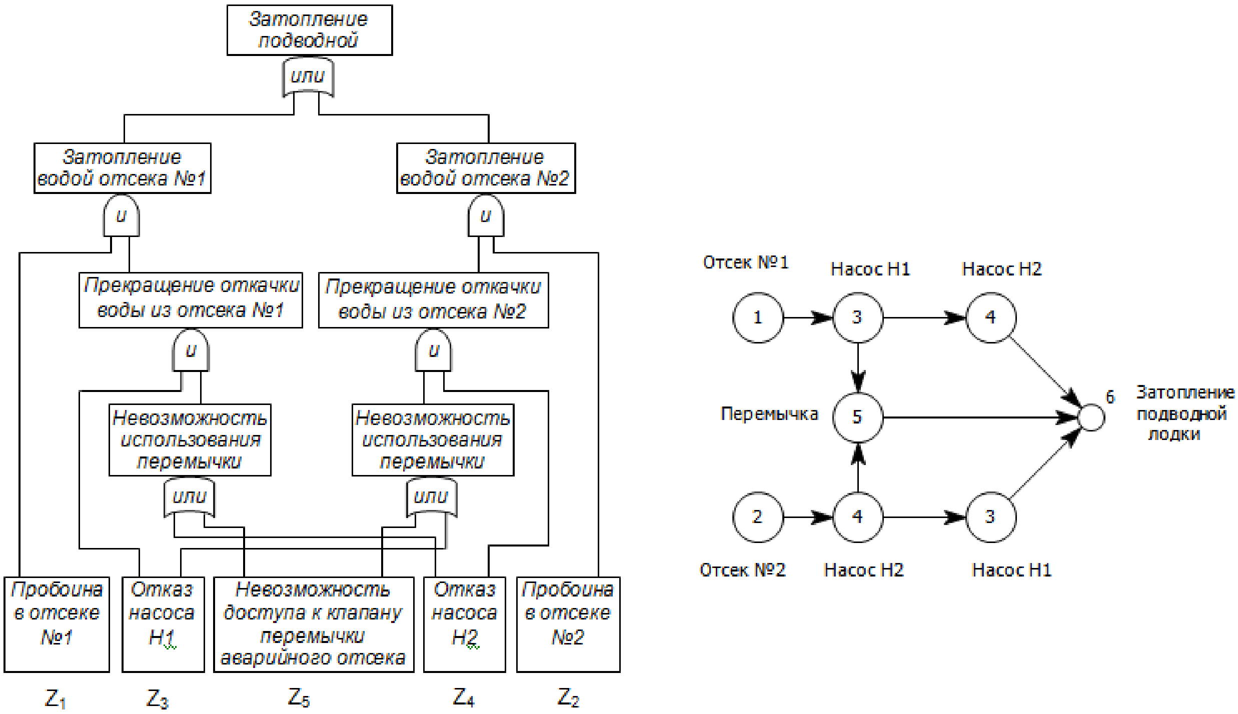

Рисунок 1 – Сценарии опасного состояния – затопления подводной лодки

В качестве опасного состояния примем факт затопления подводной лодки, а сценарий опасного состояния после перебора всех состояний x_i изобразим в виде рис.1.

Стоит вопрос, как же следует вычислять вероятность P сложного события

$$P\{y(x_1,...,x_5)=1\}, \tag{П1.1}$$

если будут известны вероятности истинности простейших событий

$$P\{x_i=1\}=R_i, \tag{П1.2}$$

$$P\{x_i=0\}=Q_i, \tag{П1.3}$$

Запишем функцию алгебры логики в виде [1. ф.(4.26)]:

$$Y_c=\begin{vmatrix} x_1x_3x_4 \\ x_1x_3x_5 \\ x_2x_4x_3 \\ x_2x_5x_4 \end{vmatrix}. \tag{П1.4}$$

Результатом проведения внешнего цикла ортогонализации согласно (7) матрица (П1.4) будет иметь вид:

$$Y_c=\begin{vmatrix} x_1x_3x_4 & & & \\ \overline{x_1x_3x_4} & x_1x_3x_5 & & \\ \overline{x_1x_3x_4} & \overline{x_1x_3x_5} & x_2x_4x_3 & \\ \overline{x_1x_3x_4} & \overline{x_1x_3x_5} & \overline{x_2x_4x_3} & x_2x_5x_4 \end{vmatrix}. \tag{П1.5}$$

После применения в (П1.5) теоремы де Моргана и замены отрицаний конъюнкций на сумму отрицаний получим:

$$
Y_c = \left| \begin{array}{l}
x_1 x_3 x_4 \\
\left| \begin{array}{l} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \end{array} \right| x_1 x_3 x_5 \\
\left| \begin{array}{l} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_5 \end{array} \right| x_2 x_4 x_3 \\
\left| \begin{array}{l} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_5 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \bar{x}_2 \\ \bar{x}_4 \\ \bar{x}_3 \end{array} \right| x_2 x_5 x_4
\end{array} \right| . \qquad (П1.6)
$$

Результатом проведения внутреннего цикла ортогонализации матрицы (П1.6), то есть приведения отрицаний конъюнкций к ортогональному виду, будет матрица вида:

$$
Y_c = \left| \begin{array}{l}
x_1 x_3 x_4 \\
\left| \begin{array}{l} \bar{x}_1 \\ x_1 \bar{x}_3 \\ x_1 x_3 \bar{x}_4 \end{array} \right| x_1 x_3 x_5 \\
\left| \begin{array}{l} \bar{x}_1 \\ x_1 \bar{x}_3 \\ x_1 x_3 \bar{x}_4 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \bar{x}_1 \\ x_1 \bar{x}_3 \\ x_1 x_3 \bar{x}_5 \end{array} \right| x_2 x_4 x_3 \\
\left| \begin{array}{l} \bar{x}_1 \\ x_1 \bar{x}_3 \\ x_1 x_3 \bar{x}_4 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \bar{x}_1 \\ x_1 \bar{x}_3 \\ x_1 x_3 \bar{x}_5 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \bar{x}_2 \\ x_2 \bar{x}_4 \\ x_2 x_4 \bar{x}_3 \end{array} \right| x_2 x_5 x_4
\end{array} \right|
= \left| \begin{array}{l}
x_1 x_3 x_4 \\
x_1 x_3 \bar{x}_4 x_5 \\
\bar{x}_1 x_2 x_4 x_3 \\
\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_5 x_4 \\
x_1 x_2 \bar{x}_3 x_5 x_4
\end{array} \right|
= \left| \begin{array}{l}
x_1 x_3 x_4 \\
x_1 x_3 \bar{x}_4 x_5 \\
\bar{x}_1 x_2 x_4 x_3 \\
x_2 \bar{x}_3 x_5 x_4
\end{array} \right| . \qquad (П1.7)
$$

Используя вероятности (П1.2, П1.3) и ортогональную дизъюнктивную нормальную форму (ОДНФ) (П1.7) вычислим вероятностную функцию (П1.8):

$$
P\{y_c(x_1,\dots,x_5)=1\} = R_1R_3R_4 + R_1R_3Q_4R_5 + Q_1R_2R_4R_3 + R_2Q_3R_5R_4 . \qquad (П1.8)
$$

Многопараметрическим полиномом ВФ (П1.8), выраженный через R_i, будет:

$$
\begin{aligned}
P\{y_c(x_1,\dots,x_5)=1\} &= R_1R_3R_4 + R_1R_3(1-R_4)R_5 + (1-R_1)R_2R_4R_3 + R_2(1-R_3)R_5R_4 = \\
&= R_1R_3R_4 + R_1R_3R_5 - R_1R_3R_4R_5 + R_2R_4R_3 - R_1R_2R_4R_3 + R_2R_5R_4 - R_2R_3R_5R_4 .
\end{aligned} \qquad (П1.9)
$$

Однопараметрический полиномом ВФ (П1.9) при R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=R будет равен:

$$
P\{y_c(x_1,\dots,x_5)=1\} = 4R^3 - 3R^4 , \qquad (П1.10)
$$

что при R=0.5 соответствует «весу» функции (П1.10) [1, с.158]

$$
g_{y_c(x_1,\dots,x_5)=1} = 0.3125 , \qquad (П1.11)
$$

и числу опасных состояний

$$
2^5 g_c = 32 \cdot 0.3125 = 10 , \qquad (П1.12)
$$

среди всех 32 возможных состояний системы, записанных в СДНФ.

Полезно заметить, что двупараметрический полином при R=Q=0.5 формулы (П1.8) также будет равен

$$
g_{y_c(x_1,\dots,x_5)=1} = 0.5^3 + 3 \cdot 0.5^4 = 0.3125 , \qquad (П1.13)
$$

который прямо следует из формулы (П1.7), что проще вычислять.

<u>Пример 2</u>.

Определим булеву разность по аргументу x_3 функции (П1.4).

Булева разность функции $[Y_c(x_1,..., x_5)=1]=\left|\begin{matrix} x_1x_3x_4 \\ x_1x_3x_5 \\ x_2x_4x_3 \\ x_2x_5x_4 \end{matrix}\right|$ по аргументу x_3 есть логическая сумма по модулю 2 двух функций

$$\left|\begin{matrix} x_1x_3x_4 \\ x_1x_3x_5 \\ x_2x_4x_3 \\ x_2x_5x_4 \end{matrix}\right| \oplus \left|\begin{matrix} x_1\bar{x}_3x_4 \\ x_1\bar{x}_3x_5 \\ x_2x_4\bar{x}_3 \\ x_2x_5x_4 \end{matrix}\right|.$$

Истинность булевой разности функции $y_c(x_1,..., x_5)=1$ по аргументу x_3 есть

$$[\Delta_{x_3}y_c(x_1,..., x_5)=1]=y^{(3)}{}_{c_1}(x_1,..., x_5)y^{(3)}{}_{c_0}\overline{(x_1,..., x_5)}= \tag{П2.1}$$

$$=\left|\begin{matrix} x_1 1 x_4 \\ x_1 1 x_5 \\ x_2x_4 1 \\ x_2x_5x_4 \end{matrix}\right| \wedge \overline{\left|\begin{matrix} x_1 0 x_4 \\ x_1 0 x_5 \\ x_2x_4 0 \\ x_2x_5x_4 \end{matrix}\right|} = \left|\begin{matrix} x_1x_4 \\ x_1x_5 \\ x_2x_4 \\ x_2x_5x_4 \end{matrix}\right| \wedge \overline{\left|x_2x_5x_4\right|} = \left|\begin{matrix} x_1x_4 \\ x_1x_5 \\ x_2x_4 \\ x_2x_5x_4 \end{matrix}\right| \wedge \left|\begin{matrix} \bar{x}_2 \\ \bar{x}_5 \\ \bar{x}_4 \end{matrix}\right| = \left|\begin{matrix} x_1\bar{x}_2x_4 \\ x_1\bar{x}_2x_5 \\ x_1x_4\bar{x}_5 \\ x_2x_4\bar{x}_5 \\ x_1\bar{x}_4x_5 \end{matrix}\right|.$$

Замещать логические аргументы x_i и $\bar{x}_i$ вероятностями $P\{x_i=1\}=R_i$ и $P\{\bar{x}_i=1\}=Q_i$ в функции (П2.1) нельзя из-за совместности логических конъюнкций.

Требуется ортогонализировать функцию (П2.1).

$$\left|\begin{matrix} x_1\bar{x}_2x_4 \\ x_1\bar{x}_2x_5 \\ x_1x_4\bar{x}_5 \\ x_2x_4\bar{x}_5 \\ x_1\bar{x}_4x_5 \end{matrix}\right| = \left|\begin{matrix} x_1x_4\bar{x}_2 \\ \overline{x_1x_4\bar{x}_2}\ x_1x_4\bar{x}_5 \\ \overline{x_1x_4\bar{x}_2}\ \overline{x_1x_4\bar{x}_5}\ x_1\bar{x}_2x_5 \\ \overline{x_1x_4\bar{x}_2}\ \overline{x_1x_4\bar{x}_5}\ \overline{x_1\bar{x}_2x_5}\ x_1\bar{x}_4x_5 \\ \overline{x_1x_4\bar{x}_2}\ \overline{x_1x_4\bar{x}_5}\ \overline{x_1\bar{x}_2x_5}\ \overline{x_1\bar{x}_4x_5}\ x_2x_4\bar{x}_5 \end{matrix}\right| = \left|\begin{matrix} x_1x_4\bar{x}_2 \\ x_1x_2x_4\bar{x}_5 \\ x_1\bar{x}_2\bar{x}_4x_5 \\ x_1x_2\bar{x}_4x_5 \\ \bar{x}_1x_2x_4\bar{x}_5 \end{matrix}\right|. \tag{П2.2}$$

Подставив вместо логических аргументов x_i и $\bar{x}_i$ вероятности $P\{x_i=1\}=R_i$ и $P\{\bar{x}_i=1\}=Q_i$ в функцию (П2.2) получим вероятностную функцию:

$$P\{\Delta_3 f(x_1,..., x_5)=1\}=R_1R_4Q_2+R_1R_2R_4Q_5+R_1Q_2Q_4R_5+R_1R_2Q_4R_5+Q_1R_2R_4Q_5. \tag{П2.3}$$

Однопараметрический полином ВФ (П2.3):

$$P\{\Delta_3 f(x_1,..., x_5)=1\}=3R^2-3R^3. \tag{П2.4}$$

Частная производная функции (П1.8) по аргументу R_3:

$$\frac{\partial P\{y_c(x_1,..., x_5)=1\}}{\partial P(x_3=1)}=R_1R_4+R_1R_5-R_1R_4R_5+R_2R_4-R_1R_2R_4-R_2R_4R_5. \tag{П2.5}$$

Однопараметрический полином ВФ (П2.5) будет:

$$3R^2-3R^3, \tag{П2.6}$$

что свидетельствует о равенстве вероятностных функций (П2.3) и (П2.5) и доказывает верность формулы (16).

Пример 3.

Рассмотрим пример из области немонотонных структур, призванных для решения задач безопасности, а именно Пример 2 из работы профессора Можаева А.С. [11, с.39].

Исследуемая организационно-техническая система (ОТС) состоит из двух элементов $\boldsymbol{x_1}$ и $\boldsymbol{x_2}$. Событие $\boldsymbol{x_3}$ является некоторым поражающим фактором (форс-мажорным воздействием). События $\boldsymbol{x_4}$ и $\boldsymbol{x_5}$ представляют собой разрушения элементов $\boldsymbol{x_1}$ и $\boldsymbol{x_2}$ под воздействием $\boldsymbol{x_3}$. Логико-вероятностная модель устойчивости ОТС с помощью системы логических уравнений

$$y_1 = x_1\bar{y}_5,\ \ y_2 = x_2\bar{y}_4,\ y_3 = x_3,\ \ y_4 = x_4 y_3,\ \ y_5 = x_5 y_3 \qquad (\text{П}3.1)$$

запишется в виде ФАЛ

$$y_c = y_1 \vee y_2 = x_1\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_5 \vee x_2\bar{x}_3 \vee x_2\bar{x}_4 \quad , \qquad (\text{П}3.2)$$

которая является немонотонной, повторной и правильной ДНФ.

$$y_c(x_1,\dots,x_5) = \left|\begin{array}{l} x_1\bar{x}_3 \\ x_1\bar{x}_5 \\ x_2\bar{x}_3 \\ x_2\bar{x}_4 \end{array}\right| \quad . \qquad (\text{П}3.3)$$

В соответствии с логико-вероятностным исчислением следует формулу (П3.3), записанную в ДНФ, преобразовать в ОДНФ.

$$y_c(x_1,\dots,x_5) = \left|\begin{array}{llll} x_1\bar{x}_3 & & & \\ \overline{x_1\bar{x}_3} & x_1\bar{x}_5 & & \\ \overline{x_1\bar{x}_3} & \overline{x_1\bar{x}_5} & x_2\bar{x}_3 & \\ \overline{x_1\bar{x}_3} & \overline{x_1\bar{x}_5} & \overline{x_2\bar{x}_3} & x_2\bar{x}_4 \end{array}\right| = \left|\begin{array}{l} x_1\bar{x}_3 \\ \left.\begin{array}{l}\bar{x}_1\\ x_3\end{array}\right| x_1\bar{x}_5 \\ \left.\begin{array}{l}\bar{x}_1\\ x_3\end{array}\right|\left.\begin{array}{l}\bar{x}_1\\ x_1x_5\end{array}\right| x_2\bar{x}_3 \\ \left.\begin{array}{l}\bar{x}_1\\ x_3\end{array}\right|\left.\begin{array}{l}\bar{x}_1\\ x_1x_5\end{array}\right|\left.\begin{array}{l}\bar{x}_2\\ x_2x_3\end{array}\right| x_2\bar{x}_4 \end{array}\right| = \left|\begin{array}{l} x_1\bar{x}_3 \\ \left.\begin{array}{l}\bar{x}_1\\ x_1x_3\end{array}\right| x_1\bar{x}_5 \\ \left.\begin{array}{l}\bar{x}_1\\ x_1x_3\end{array}\right|\left.\begin{array}{l}\bar{x}_1\\ x_5\end{array}\right| x_2\bar{x}_3 \\ \left.\begin{array}{l}\bar{x}_1\\ x_1x_3\end{array}\right|\left.\begin{array}{l}\bar{x}_1\\ x_5\end{array}\right|\left.\begin{array}{l}\bar{x}_2\\ x_3\end{array}\right| x_2\bar{x}_4 \end{array}\right| = \left|\begin{array}{l} x_1\bar{x}_3 \\ x_1x_3\bar{x}_5 \\ \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 \\ \bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4 \\ x_1x_2x_3\bar{x}_4x_5 \end{array}\right|. \qquad (\text{П}3.4)$$

Заменяя логические аргументы в (П3.4) вероятностями их истинности

$P\{x_1 = 1\} = p_1;\ P\{x2 = 1\} = p_2;\ P\{x_3 = 1\} = p_3;\ \ P\{x4 = 1\} = p_4; P\{x_5 = 1\} = p_5$,

получим:

$$P\{y_c(x_1,\dots,x_5) = 1\} = p_1q_3 + p_1p_3q_5 + q_1p_2q_3 + q_1p_2p_3q_4 + p_1p_2p_3q_4p_5, \qquad (\text{П}3.5)$$

Частная производная функции (П3.5) по аргументу x_3:

$$\frac{\partial P\{y_c(x_1,\dots,x_5) = 1\}}{\partial P\{x_3 = 1\}} = -p_1 + p_1q_5 - q_1p_2 + q_1p_2q_4 + p_1p_2q_4p_5. \qquad (\text{П}3.6)$$

а однопараметрический полином ВФ (П3.6) есть

$$Pc = -3p^2 + 3p^3 - p^4. \qquad (\text{П}3.7)$$

Пример 4.

Определим булеву разность по аргументу x_3 функции (П3.3).

$$\Delta_{x_3} f(x_1,\dots,x_5) = f_1^{(3)}(x_1,\dots,1,\dots,x_5) \oplus f_0^{(3)}(x_1,\dots,0,\dots,x_5) =$$

$$= \left|\begin{array}{ll} f_1^{(3)}(x_1,\dots,x_5) & f_0^{(3)}\overline{(x_1,\dots,x_5)} \\ f_1^{(3)}\overline{(x_1,\dots,x_5)} & f_0^{(3)}(x_1,\dots,x_5) \end{array}\right| \quad ,$$

где

$$f_1^{(3)}(x_1,...,x_5)=\begin{vmatrix} x_1\ \bar{1} \\ x_1\ \bar{x}_5 \\ x_2\ \bar{1} \\ x_2\ \bar{x}_4 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} x_1\ \bar{x}_5 \\ x_2\ \bar{x}_4 \end{vmatrix};\ f_0^{(3)}(x_1,...,x_5)=\begin{vmatrix} x_1\ \bar{0} \\ x_1\ \bar{x}_5 \\ x_2\ \bar{0} \\ x_2\ \bar{x}_4 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} x_1 \\ x_1\ \bar{x}_5 \\ x_2 \\ x_2\ \bar{x}_4 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix};\quad ,$$

$$f_1^{(3)}\overline{(x_1,...,x_5)}=\begin{vmatrix} \bar{x}_1 \\ x_5 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} \bar{x}_2 \\ x_4 \end{vmatrix};\qquad\qquad f_0^{(3)}\overline{(x_1,...,x_5)}=\left|\bar{x}_1\bar{x}_2\right|.$$

$$\Delta_{x_3} f(x_1,...,x_5)=\begin{vmatrix} \left|\begin{vmatrix} x_1\bar{x}_5 \\ x_2\bar{x}_4 \end{vmatrix}\cdot\left|\bar{x}_1\bar{x}_2\right|\right| \\ \\ \left|\begin{vmatrix} \bar{x}_1 \\ x_5 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} \bar{x}_2 \\ x_4 \end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix}\right| \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 0 \\ \bar{x}_1x_2x_4 \\ x_1\bar{x}_2x_5 \\ x_1x_4x_5 \\ x_2x_4x_5 \end{vmatrix}. \tag{П4.1}$$

Ортогонализируем выражение (П4.1)

$$\Delta_{x_3} f(x_1,...,x_5)=\begin{vmatrix} \bar{x}_1x_2x_4 \\ x_1\bar{x}_2x_5 \\ x_1x_4x_5 \\ x_2x_4x_5 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} \bar{x}_1x_2x_4 \\ \overline{\bar{x}_1x_2x_4}\ x_1\bar{x}_2x_5 \\ \overline{\bar{x}_1x_2x_4}\ \overline{x_1\bar{x}_2x_5}\ x_1x_4x_5 \\ \overline{\bar{x}_1x_2x_4}\ \overline{x_1\bar{x}_2x_5}\ \overline{x_1x_4x_5}\ x_2x_4x_5 \end{vmatrix}= \tag{П4.2}$$

$$=\begin{vmatrix} \bar{x}_1x_2x_4 \\ \begin{vmatrix} x_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_4 \end{vmatrix} x_1\bar{x}_2x_5 \\ \begin{vmatrix} x_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_4 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} \bar{x}_1 \\ x_2 \\ x_5 \end{vmatrix} x_1x_4x_5 \\ \begin{vmatrix} x_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_4 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} \bar{x}_1 \\ x_2 \\ x_5 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_4 \\ \bar{x}_5 \end{vmatrix} x_2x_4x_5 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} \bar{x}_1x_2x_4 \\ x_1\bar{x}_2x_5 \\ x_1x_2x_4x_5 \\ 0 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} \bar{x}_1x_2x_4 \\ x_1\bar{x}_2x_5 \\ x_1x_2x_4x_5 \end{vmatrix}.$$

.

Тогда:

$$P\{\Delta_{x_3} f(x_1,...,x_5)=1\}=Q_1P_2P_4+P_1Q_2P_5+P_1P_2P_4P_5. \tag{П4.3}$$

Однопараметрический полином (П4.3) есть:

$$2R^2-2R^3+R^4. \tag{П4.4}$$

Различие полиномов (П3.7) и (П4.4) свидетельствует об отсутствии равенства

$$P\{\Delta_{x_i} f(x_1,...,x_n)=1\}\neq\frac{\partial P\{f(x_1,...,x_n)=1\}}{\partial P\{x_i=1\}}.$$

для случая немонотонных ФАЛ.

Примеры 3 и 4 свидетельствуют о том, что все формулы в работе [1], строго выведенные для монотонных ФАЛ, справедливы и для немонотонных функций алгебры логики.

Эпилог

Логико-вероятностное исчисление позволяет формализовать структурно-сложные системы наиболее компактным способом (по сравнению с словесным изложением) с помощью булевой алгебры.

Известный физик теоретик П.Эренфест сформулировал в 1910 году гипотезу о возможности использования разработанной на то время «алгебры логики» для технических приложений в связи с тем, что «…формулировка всякого рассуждения при помощи логических равенств по крайней мере в 5-10 раз короче словесной, достигается удивительная сжатость изложения. Кроме того, П.Эренфест подчеркивал именно «... возможность «вычислять» следствия из таких сложных системе посылок, в которых при словесном изложении почти или совершенно невозможно разобраться».

Подчеркивая структурную сложность исследуемых систем, не следует забывать, что в ЛВИ интересуются лишь истинностью или ложностью высказываний, то есть всего двумя параметрами, которыми можно описать (с точки зрения математики) весьма простые системы.

На философский вопрос: возможно ли приложения учения о качественных символах (логических классах) к учению о символах количественных (вероятностных)? Платон Сергеевич Порецкий (1846-1907) в работе [2] отвечает возможно, но с некоторыми уточнениями: необходимо сделать переход от логического равенства между событиями к алгебраическому равенству между вероятностями.

Этот переход в ЛВИ осуществляется с помощью правила ортогонализации функций алгебры логики

$$A \vee B = A \vee \vec{A}B = B \vee \vec{B}A.$$

Оценка вероятности успеха (неуспеха) сложного высказывания через вероятности первичных (исходных) простых высказываний является важным звеном, но не основным. Оценка роли каждого первичного высказывания x_i через введенные автором критерии (вес, значимость, вклад, ущерб, активность и др.) является практически более интересным звеном ЛВИ. Для этих целей пришлось воспользоваться правилом размноименности $A \oplus B = A\overline{B} \vee \overline{A}B$ и критерием булевой разности функции $y(x_1,..., x_n)$ по аргументу x_i

$$\Delta_{x_i} y(x_1.,..., x_n) = y(x_1.,..., x_i,..., x_n) \oplus y(x_1.,..., \overline{x}_i,..., x_n)$$

В создании ЛВИ вложили свой труд и интеллект десятки ученых второй половины 20 века, начиная с работы Юрия Владимировича **Мерекина** [12], т.е. с 1963 года. Особо следует подчеркнуть творческий вклад в ЛВИ моего ученика доктора технических наук, профессора Юрия Михайловича **Парфёнова** [3,5,7,13,14].

Учебник [14] издавался с 1989 по 1997 год. За это время Ю.М Парфёнов защитил докторскую диссертацию (1992), а я продолжал развивать логико-вероятностную теорию безопасности [15,16]. Можно определенно сказать, что в главах 3-5 этого учебника сосредоточено максимальное количество не только теории, но и практики ЛВИ.

Большую роль в разработке ЛВИ сыграл доктор физико-математических наук, профессор **Хованов** Николай Васильевич, который в 2004 году сообщил мне о работе французского математика Rouche [17], в которой указывает, как нужно изменить совершенную дизъюнктивную нормальную форму (СДНФ), чтобы вместо логических переменных можно было подставлять вероятности их осуществления и таким образом получить вероятность существования сложного высказывания. В том же году Николай Васильевич прислал мне решение моей логико-вероятностной задачи с мостиком чисто теоретико-вероятностным решением ([1] стр. 44-48) с надеждой на ее полезность для «нашей интересной концепции логико-вероятностного исчисления». На стр.276 [1] он сформулировал причины "этого замечательного явления, которое имеет место потому, что у суждения только два значения истинности - ∅≡ FALSE, Ω≡TRUTH. А пустое и полное события, имеющие вероятности P(∅)=0 и P(Ω)=1, независимы ни от других событий, ни друг от друга, ни от себя самих:

P(A∩∅)=0= P(A)P(∅); P(A∩Ω)= P(A)P(Ω)= P(A);

P(∅∩Ω)=0= P(∅)P(Ω); P(∅∩∅)=0= P(∅)P(∅);P(Ω∩Ω)=1= P(Ω)P(Ω)."

В 2004 году мне повезло обнаружить критику на ЛВИ со стороны профессора **Голоты** Якова Яковлевича в его докладе «О двух «вычислительных вольностях», огорчающих логика» [18], допущенных не только Л.А.Заде в «Теории нечетких множеств», но и И.А.Рябининым с Г.Н. Черкесовым в «Логико-вероятностных методах».

А Якова Яковлевича я благодарю за то, что он вскрыл своей критикой действительный феномен ЛВИ, в котором, оказывается, объединяются отрицающие друг друга начала (дискретная и непрерывная математика), существует вероятность истинности функций алгебры логики и многое другое вобравшее в себя многовековой опыт употребления этих слов.

Наконец-то обнаружилось то принципиальное непонимание ЛВИ «чистыми» математиками, придерживающихся многовекового опыта и широко известных курсов. Но чтобы подтвердить широкую эрудицию профессора Голоты Я.Я. я сошлюсь на его работу 1982 года [19], в которой он занимался формализацией вероятностной логики и её аксиоматикой.

В более поздней работе логики Я.Я.Голоты [20] утверждается, что реальный мир – это мир контрарных отношения, а не контрадикторных, апологетами которых являются Аристотель, Мак-Нотом, корпорация «Майкрософт» и Рябинин И.А. Автор работы [20] считает, что логика контрарных отношений – это логика реального бытия, а логика контрадикторных отношений – это логика идеализированного бытия (с чем можно и согласится). Когда мою фамилию член-корреспондент РАН Махутов Н.А. включил в список престижных ученых [21] такими словами: «Научные основы вероятностных подходов к обеспечению безопасности строительных конструкций были заложены в 30-е годы предыдущего века в работах Н.С.Стрелецкого и Р.С.Ржаницина. В дальнейшем они получили свое развитие в трудах А.Н.Колмогорова, С.В.Серенсена, В.В.Болотина, И.А.Рябинина, W.Weibull, Frendenthal и др». Я испытал чувство радости, но все же не до таких масштабов, как в случае с Аристотелем и корпорацией «Майкрософт».

Наибольший срок моего сотрудничества в области ЛВМ был с **Черкесовым** Геннадием Николаевичем (1937-2016) – познакомились мы в 1967 году при его защите кандидатской диссертации, в которой я был официальным оппонентом. Примерно 1/3 работы была связана с ЛВМ, т.е. с доказательством нескольких теорем и другими количественными результатами из области математической логики, но, как показалось его научному руководителю Соколову Тарасу Николаевичу, далекими от «железа». Так он активно возражал против защиты Черкесовым диссертации по техническим наукам и соглашался хоть на докторскую по физ.мат наукам.

Защитил Геннадий Николаевич с сухим счетом «20:0» и стал кандидатом технических наук, с моей рекомендацией опубликовать научные результаты в открытой печати. Но так как 1/3 работы была связана с временной избыточностью и по ней в работе были приведены конкретные практические результаты (на примере бункеров для запчастей), он решил сначала издать книгу на эту тему, на что ушло более трех лет. Прощаясь в редакции (М,, Радио и связь), ему вежливо предложили продолжить издательскую деятельность, на что он среагировал, ссылаясь на мои рекомендации по ЛВМ. А так как к этому времени у меня вышло уже 4 монографии, ему рекомендовали уговорить меня на издание совместной книги, которая вышла в 1981 году [22] и была затем переведена на японский язык в 1987.

К сожалению, на этом творческое сотрудничество и завершилось, а отдельные контакты не в счет.

Активным сотрудником по ЛВМ в ВМА им. Кузнецова был **Можаев** Александр Сергеевич (1945-2015). После окончания академии в 1982 г. он был оставлен в адъюнктуре кафедры №41 для подготовки кандидатской диссертации. Однажды вместе со своим руководителем полковником Ивановым Михаилом Васильевичем обратился ко мне с просьбой убедить начальника 4-го факультета капитана 1 ранга Томашевского Льва Петровича в правильности выбора им темы, связанной с ЛВА. В то время существовало правило контроля тем диссертаций начальниками, вплоть до ГК ВМФ. Я, конечно, имел серьезный разговор с Томашевским, который меня удивил словами: «логико-вероятностные методы уже исследованы Рябининым и там больше нечего делать».

Пришлось объяснять существование немонотонной формы логики, которой я не касался вовсе. Для этого необходимо использовать не только дизъюнкцию и конъюнкцию связей, но и отрицание. Так появилось название «Общий логико-вероятностный метод» (ОЛВМ) и успешно защитил кандидатскую в 1985 году, а в 1988 году издано учебное пособие [23]. Докторскую диссертацию А.С.Можаев защитил в 1997 году. Через 10 лет после моего разговора с Томашевским Л.П., А.С. Можаев опубликовал работу [11], в которой рассмотрел новые направления развития ЛВМ на многие десятилетия вперед.

Особо значимы его научные достижения в создании технологии структурно-логического анализа сложных систем [24]. Он является автором программных комплексов автоматизированного структурно-логического моделирования (**ПК АСМ-2001** и «**АРБИТР**»), которые реализуют ОЛВМ и по своим возможностям превосходят лучшие зарубежные аналоги **PTC Windchell Quality Solution** (бывший **Relex**) и **Risk Spectrum** (Швеция).

Масштабы признания практической реализации и популярность комплексов А.С.Можаева, охватывая многие десятки организаций и тысячи пользователей, продолжают расширяться.

Доктор физико-математических наук **Кулик** Борис Александрович в работе [25] пишет: «С научным открытием И.А.Рябинина я познакомился в 1994 году… когда мне на глаза попалась книга [22]». Далее он пишет: «Это один из случаев, когда признание научного открытия обусловлено не только харизмой руководителя научной школы, но и тем, что само открытие дает ответ на многие вопросы, возникающие у каждого ученого в ходе научных поисков. Среди тех, кто участвует в научной школе МАБР или просто «притянулся к логико-вероятностным методам, значительное большинство не непосредственные ученики И.А.Рябинина, а те, кто непосредственно или опосредовано примкнул к его научной школе в процессе поисков решения насущных научно-практических проблем».

Работы и исследования в области логико-вероятностного анализа не только важный этап в теории и практике расчетов надежности и безопасности сложных систем, но и значимое теоретическое открытие в области логики и методологии науки, считает Б.А.Кулик.

Что касается моего личного восприятия работ И.А.Рябинина, то меня они зачастую заставляют по-новому взглянуть на то, что мной до этого было сделано, найти многие неясности и ошибки в своих теоретических построениях [25, с.233].

А я благодарен Борису Александровичу за его объяснение сути совмещения логики и вероятности. Аксиоматика вероятности А.Н.Колмогорова, в которой алгебра событий, погруженных в вероятностную меру, соответствует алгебре множеств. Например, для событий, представленных множествами *A* и *B*, вероятностная мера их объединения вычисляется по формуле:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Получается, что для точного вычисления вероятности события $P(A \cup B)$ помимо вероятностей $P(A)$ и $P(B)$ необходимо знать вероятность $P(A \cap B)$.

Но если представить, что *A* и *B* являются не множествами, а различными логическими переменными исчисления высказываний, то вероятность дизъюнкции этих событий вычисляется по формуле

$$P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B).$$

Спрашивается, почему для логических соотношений имеет место другая методика расчета вероятности, хотя многим представляется, что алгебра множеств и булева алгебра изоморфны? Ответ на этот вопрос оказывается ключевым при совмещении понятия «логика» и «вероятность». Дело в том, что в классической логике элементарные события, соответствующие разным логическим переменным, несовместимы, потому что любая сложная формула, содержащая *n* свободных переменных, может быть представлена как некоторое *n*-местное отношение, и события, соответствующие различным переменным, принадлежат разным атрибутам. Другими словами, логические переменные могут быть зависимыми, но не изначально, а только потому, что они содержатся в определенной логической формуле, которая и определяет зависимости между ними.

В логико-вероятностном анализе эта тонкость учтена без перехода к понятиям и структурам алгебры множеств.

Несовместность и изначальная **независимость** логических переменных является еще одним подтверждением корректности полученных И.А.Рябининым результатов.

Своеобразный труд в ЛВИ вложил доктор технических наук, профессор **Соложенцев** Евгений Дмитриевич, который в 1986 году примкнул к моим исследованиям с целью найти подходы использования ЛВМ в интересах не техники, а бизнеса [26,27]. Во введении к книге [28] он пишет: «…Считая ЛВИ специальным разделом дискретной математики и чисто российским «изобретением», которое не следует путать с вероятностной логикой и другими разделами математической логики, скажем несколько слов об истории публикаций на эту тему». А я в предисловии к книге [28] отмечал условия творческого, а не механического переноса идей ЛВИ в экономические и организационные системы, о чем повторял в § 3.7 [1].

Чтобы новые подходы к ЛВИ совершили такой же революционный прорыв на финансовом рынке, какой в середине XIX веке совершил Джордж Буль в развитии индуктивной логики, а в середине XX века Г.Марковиц в выборе оптимального портфеля с помощью аналитического аппарата теории вероятностей, потребуется некоторое время и приложения многих творческих усилий в вопросах формализации сценариев управления риском в бизнесе.

Как некоторую попытку приблизиться к оценке риска портфеля ценных бумаг отметим работу Валентина Шоколова «Логико-вероятностное управление риском портфеля ценных бумаг», изложенную в трудах ИПМ РАН, а также статью Алексеева В.В. [29], написанную учеником Евгения Дмитриевича совместно с учителем.

Кроме того, следует особо упомянуть диссертацию Карасевой Екатерины Ивановны [30], в которой для оценки и регулирования рисков в банке использовано логико-вероятностное исчисление и логико-вероятностное моделирование.

Своеобразие труда Соложенцева Е.Д. в области ЛВИ состоит в рекламе ЛВ-исчислении, ЛВ-анализа, ЛВ-моделирования, ЛВ-управления и других ЛВ, через многочисленные публикации книг (в том числе и на английском языке), статей и руководство Международной Научной Школой по моделированию и анализу безопасности и риска в сложных системах (МА БР) в течение 13 лет.

Творческое участие в развитии ЛВИ оказала кандидат физико-математических наук **Горопашная**-Чиркова Анастасия Визвутовна [4], которая доказала, что предложенный аппарат можно использовать для любой ФАЛ, без проверки ее на монотонность, которая нередко представляет собой также не простую задачу. Предложенные автором леммы 5.3-5.8 позволяют вычислять такие показатели, как двукратный, двойной, совместный, суммарный и раздельный вес альтернативным способом, который в отличии от вычисления напрямую по определению значительно сокращает трудоемкость и время расчетов, как ручных, так и машинных. Это происходит за счет того, что при использовании лемм происходит логическое умножение и логическое сложение функций, которые значительно проще, чем исходная функция за счет того, что i-й и j-й аргументы заменены на константы 0 и 1. Кроме того, при вычислении с помощью формул не используется весьма трудоемкая операция сложения по mod 2, что также значительно упрощает расчеты и уменьшает время работы как инженера, так и программы.

Приведенные в работе [4] результаты расширяют возможности ЛВИ в оценке показателей важности на область рассмотрения немонотонных ФАЛ, описывающих безопасность системы.

В последние годы активную помощь мне оказывает кандидат технических наук, доцент **Струков** Александр Владимирович – ведущий специалист исследовательского отдела АО «СПИК СЗМА». Эта помощь состоит из добытых им уникальной информации о Дж.Буле, Порецком П.С. [8], и других ученых [32], исследующих математическую логику и вероятность; совместном решении трудных задач [33]; в изучении современных тенденций развития структурно-логического анализа надежности и кибербезопасности АСУТП [34]; в сценарном логико-вероятностном моделировании опасной ситуации на море [35]; в аналитическом выводе минимальной формы ОДНФ, состоящей из 133 членов [36, стр.20-25]. Ну а самую большую помощь Александр Владимирович оказывает своим добросовестным и активным трудом в области ЛВИ и издании моих публикаций.

Роль другого энтузиаста и патриарха ЛВА НЖБ ССС [37] кандидата геолого-минералогических наук и доктора технических наук **Костюка** Леонида Александровича состоит в сохранении памяти о создании ЛВИ и развитии проблем НЖБ.

В предисловии [37] сказано, что явилось толчком к работе над 18 очерками 2002 года и отсутствию планов по их тиражированию из-за малого интереса к ним ближайшего окружения и моих учеников, которые активно советовали написать лучше мемуары о своей научной жизни и контактах со знаменитыми учеными. Как ни странно, но в мае 2005 года эти 18 очерков внимательно прочитал один исследователь-естествоиспытатель, не связанный напрямую с ЛВИ, ни с теоретическими проблемами НЖБ, и высказал свое категорическое мнение о необходимости их продления.

В качестве аргумента «за», как мощный удар, им приводились следующие слова (цитирую дословно):

«- это же будут не мемуары, против написания которых Вы категорически возражаете;

- это же будет достойный «памятник» честным, самоотверженным и поистине талантливым людям, заслуживающим славы, к которой они не стремились;

- в то же время, это будет «памятник» и высокопоставленным мерзавцам, бегущим как крысы с корабля при пожаре, предавая и обрекая на верную гибель своих подчиненных и коллег;

- это будет своеобразный «памятник» и всем тем, кто заказывал создавал Ваши очерки;

- это будет «памятник» Великой стране с ее победами и трагедиями, построенный за полвека не на домыслах и рассуждениях, а лишь на голых фактах;

- это будет достойный пример и, своего рода, Самоучитель по ЛВИ для молодых и маститых ученых, занимающихся проблемами НЖБ, в котором они смогут в динамике (со всеми Вашими ошибками и сомнениями!) увидеть как Вами создавалась, развивалась и получила мировое признание в различных областях знаний эта наука, позволяющая объективно понять, что есть «ложь», а что «истина» (как 0 и 1);

- и самое главное, Вам ведь ничего не нужно дополнительно делать с уже написанными текстами, а только уточнить по Вашим 73 блокнотам-«крокодилам» даты, имена и отчества, издательства, страницы, тиражи, причины, подтолкнувшие к написанию очерка и т.д. А все о личности самого автора (то есть о Вас) будет вынесено за пределы очерков».

В августе 2006 года было принято совместное решение начать работы над книгой, в которой инициатива завершения каждого очерка информацией об их заказчиках и публикациях целиком принадлежит моему техническому редактору Леониду Александровичу Костюку, сумевшему не только внимательно проработать весь текст, но и своей ювелирной работой воспроизвести сложные и неудобные для ЭВМ формулы и таблицы.

По стилю изложения – это документальные произведения, где под «документальностью» подразумевается повествовательное произведение, содержащее краткое описание реальных фактов, лиц и дат.

Мемуары – это воспоминания, а не **ПАМЯТЬ**!!

Вот почему я отказывался от них (более интересных и читаемых) в пользу «памятников» (требующих знаний, терпения и сил).

В книге [37] Костюку Л.А. принадлежит текст на стр.557-570 о своем официальном оппоненте 2001 года на защите докторской диссертации.

В книге [38], где я выразил безмерную благодарность редактору, без творческого участия которого, моя рукопись вряд ли превратилась бы в книгу, удовлетворяющую всем требованиям LAP, Леониду Александровичу принадлежит текст на стр. 185-203.

Возвращаясь к основам ЛВИ, то есть Булевой алгебре и ее двузначности (1;0), критике апологетов Аристотеля (сторонников контрадикторных отношений), следует упомянуть еще об одной критике на эту тему. В работе [39, с.52] доктор технических наук Музалевский Анатолий Александрович писал: …«Информационный подход означает, что наши попытки ответить на вопросы о реальности будут пустой тратой времени, если мы будем продолжать барахтаться в рамках аристотелевской логики».

Или в другом месте [39, с.85]:

…«Аристотелевская логика при поиске определения риска не годится. Нужна логика «может быть».

А вот, что писал академик АН СССР Мишин Василий Павлович во введении к Справочнику т.5 [40, с.8]:

«Одним из перспективных направлений исследования надежности при проектировании сложных технических систем являются логико-вероятностные методы аналитической записи условий работоспособности систем и способов перехода к вероятностным функциям, определяющим показатели надежности системы.

Логико-вероятностные методы исследования надежности позволяют проводить анализ надежности системы, обладающих большой структурной сложностью, выявляя критические элементы и разрабатывать эффективные меры по повышению надежности систем».

Как итог развития ЛВИ к настоящему времени необходимо сказать:

- оно признано многими сотнями пользователей;
- области применения ЛВИ оказались весьма широкими, а не только для решения проблем НЖБ, где они впервые были востребованы;
- следует согласиться с определенной идеализацией предмета исследований за счет контрадикторных оппозиций, которые и обеспечивают высокую точность и прозрачность расчетов как ручных, так и машинных;

- временное непризнание некоторыми «чистыми» математиками ЛВИ можно понять отсутствием у них реальных задач или незнанием выдающихся трудов «нечистых» математиков типа Дж.Буля, П.С.Порецкого, Н.С.Берштейна, А.И.Гливенко, С.А., С.А. Яновской и др.

Литература

1. *Рябинин И.А.* Надежность и безопасность структурно-сложных систем // СПбГУ. 2007. 276 с.
2. *Порецкий П.С.* Решение общей задачи теории вероятностей при помощи математической логики // Собрание протоколов заседаний секции физико-математических наук общества естествоиспытателей при Казанском университете, Казань, 1887, Т.5, - С.83-116.
3. *Рябинин И.А. Парфенов Ю.М.* Определение «веса» и «значимости» отдельных элементов при оценке надежности сложной системы// Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. 1978. №6. С.22-32.
4. *Горопашная А.В.* Методы анализа безопасности сложных технических устройств //Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. СПб. 2009. 109с.
5. *Рябинин И.А. Парфенов Ю.М.* Определение характеристик важности совокупности элементов энергетической системы при исследовании ее безотказности// Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. 1991. №1. С.44-57.
6. *Ryabinin I.* A suggestion of a new measure of system components importance by means of Boolean difference // Microelectronics and reliability. 1994.Vol. 34. №4. pp.603-613.
7. Ленинградская научная школа логико-вероятностных методов исследования надежности и безопасности структурно-сложных систем// Наука Санкт-Петербурга и морская мощь России, «Наука». СПб.2002. Т.2. С.797-811.
8. *Рябинин И.А. Струков А.В.* Предисловие и вступительная статья к переизданию работы П.С. Порецкого «Решение общей задачи теории вероятностей при помощи математической логики» // Труды СПИИРАН. 2015. Вып. 6 (43). С.5-25.
9. *Рябинин И.А.* О связи математической логики с теорией вероятностей // Ученые записки РГГМУ. СПб.2008. №6. С.170-176.
10. *Рябинин И.А.* Логико-вероятностное исчисление как аппарат исследования надежности и безопасности структурно-сложных систем// Автоматика и телемеханика. 2003. №7. С.178-186.
11. *Можаев А.С.* Современное состояние и некоторые направления развития логико-вероятностных методов анализа систем // Теория и информационная технология моделирования безопасности сложных систем. Выпуск 1. Препринт 101. С-Петербург. 1994. С.23-53.
12. *Мерекин Ю.В.* Решение задач вероятностного расчета однотактных схем методом ортогонализации // Вычислительные системы. Вычислительные системы. Сборник трудов Института СО АН СССР. 1963. Вып.4. С.10–21.
13. *Рябинин И.А. , Парфенов Ю.М.* Булевы разности для монотонных функций алгебры логики // Автоматика и телемеханика. 1997. №10. С.193-204.
14. *Рябинин И.А. , Парфенов Ю.М.* Надежность, живучесть и безопасность корабельных электроэнергетических систем // Учебник для слушателей академии. ВМА имени Адмирала флота Советского Союза Н.Г.Кузнецов. СПб. 1997. 430 с.
15. *Рябинин И.А.* Концепция логико-вероятностной теории безопасности технических систем // Судостроительная промышленность. Вып. №21, 1991, С.15-22.
16. *Рябинин И.А.* Концепция логико-вероятностной теории безопасности // Приборы и системы управления. 1993. №10. С.6-9.
17. *Rouche N.* Extension aux probabilities du formalisme de f'algebre logique // Revue HF, 1956, no.5/pp.179-182. (Руш Н. “Расширение формализма алгебры логики на вероятности”).
18. *Голота Я.Я.* О двух “вычислительных вольностях”, огорчающих логика. URL : http: // inftech.webservis.ru/it/conference/scm/2000/session4/ golota2.htm (Дата обращения 27.05.2016).

19. *Голота Я.Я.* О формализации вероятностной логики (логика экспертного оценивания) // Л. 1982. Деп. ВИНИТИ. 14.10.82. №5154. РЖМ. 1983.2. Реф.2А46 доп.

20. *Голота Я.Я.* О Новом подходе, основанном на логике контрарных отношений, к оценке надежности // Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям. Сб. докладов. Т.1, СПб., 29 июня 2007г. СПб. Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2007.

21. *Махутов Н.А.* Проблемы снижения рисков возникновения чрезвычайных состояний техногенного характера // М. ВИНИТИ, «Проблемы безопасности при чрезвычайных состоянияхЦ. 2001. №3.С.29-41.

22. *Рябинин И.А., Черкесов Г.Н.* Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем // М.: Радио и связь, 1981. 264 с.

23. *Можаев А.С.* Общий логико-вероятностный метод анализа надежности сложных систем // Л.: Изд. ВМА, 1988. 68с.

24. *Можаев А.С.* Технология автоматизированного структурно-логического моделирования надежности, живучести, безопасности, эффективности и риска функционирования систем // В книге «Фундаментальные проблемы безопасности». Сб. статей/ Ф94 Вычислительный центр им.А.А.Дородницына РАН. М. Вузовская книга. 2008. С.174-201.

25. *Кулик Б.А.* Феномен логико-вероятностного исчисления // В книге И.Рябинина «Логико-вероятностный анализ проблем надежности и безопасности». Palmarium Academic Publishing, Saarbrücken, Deutschland. 2012. С. 223-234.

26. *Соложенцев Е.Д., Карасев В.В., Соложенцев В.Е.* Логико-вероятностные модели риска в банках, бизнесе и качестве // СПб.: «Наука». 1999. 120 с.

27. *Соложенцев Е.Д.* Управление риском и эффективностью в экономике. Логико-вероятностный подход // СПб. Изд-во СПбГУ. 2009. 242 с.

28. *Соложенцев Е.Д.* Сценарное логико-вероятностное управление риском в бизнесе и технике // СПб.: Изд.дом «Бизнес-пресса». 2004. 432 с.

29. *Алексеев В.В., Соложенцев Е.Д.* Логико-вероятностное моделирование риска портфеля ценных бумаг // Информационно-управляющие системы. №6 (31). 2007. С.49-56.

30. *Карасева Е.*И. Оценка и регулирование операционного риска в банке // Диссертация на соискание степени кандидата экономических наук. СПб. 2013.

31. *Горопашная А.В.* Оценка важности аргументов немонотонных логических функций при логико-вероятностном анализе сложных технических систем // Вестник СПбГУ. Серия 10. Выпуск 1. 2009. С. 19-32.

32. *Рябинин И.А., Струков А.В.* Кратко аннотированный список публикаций зарубежных периодических изданий по вопросам оценивания надежности структурно-сложных систем // Труды Международной научной школы МА БР – 2011. СПб. 2011. С. 363-379.

33. *Рябинин И.А., Струков А.В.* Автоматизированное моделирование надежности структурно-сложных систем из элементов с тремя несовместными состояниями // Труды СПИИРАН. Вып.34. С.89-111.

34. *Можаева И.А., Нозик А.А., Струков А.В., Чечулин А.А.* Современные тенденции структурно-логического анализа надежности и кибербезопасности АСУТП // Труды Международной научной школы МА БР – 2015. СПб. 2015. С. 140-145.

35. *Гладкова И.А.,Струков А.А., Струков А.В.* Сценарное логико-вероятностное моделирование опасной ситуации с использованием ПК АРБИТР // Сб.докладов II международной научно-практической конференции ИКМ МТМТС 2013. СПб. ОАО «ЦТСС». 2013. С. 50-54.

36. *Рябинин И.А.* Логико-вероятностный метод и его практическое использование // Труды Международной научной школы МА БР – 2015. СПб. 2015. С. 19-26.

37. *Рябинин И.А.* Логико-вероятностный анализ проблем надежности живучести и безопасности. Очерки разных лет // Южно-Российский государственный университет. Новочеркасск: Лик. 2009. 600 с.

38. *Рябинин И.А.* «Логико-вероятностный анализ проблем надежности и безопасности» // Palmarium Academic Publishing, Saarbrücken, Deutschland. 2012. 263 р.

39. *Яйли Е.А., Музалевский А.А.* Риск: анализ, оценка, управление // СПб. РГГМУ. 2005. 232 с.
40. Надежность и эффективность в технике. Справочник в 10-ти томах. Т.5. Проектный анализ надежности. М. Машиностроение. 1988. 320с.